

財務金融研究所碩士班 商業統計學試題

1. 假設每日股價變動僅有兩種可能：上漲或下跌。上漲機率為0.7，並且每日股價變動相互獨立。

- (1) 請計算10個交易日利潤的期望值與變異數。(10分)
(2) 若現在股價為100元，請問10個交易日後股價大於110元的機率為何？(5分)
(3) 一年有250個交易日，若現在股價為100元，請問預期年投資報酬率為多少？(5分)

2. 若隨機變數 X 和 Y 之聯合機率函數為 $f_{X,Y}(x,y) = c(x+y)$ ，其中 $x = 1, 2, 3$ ， $y = 1, 3, 9$ ，而 c 為未知參數。

- (1) 請計算 c 值。(5分)
(2) 請計算 X 和 Y 之各自的邊際機率與均數。(10分)
(3) 請計算 $\text{cov}(X, Y)$ 。(5分)
(4) 請計算 $E(X | Y = 3)$ 、 $E(Y | X = 1)$ 、 $E(2 + 3X | Y = 9)$ 。(6分)

3. 若 $\{X_1, \dots, X_{100}\}$ 為一組相互獨立的隨機變數，共同分配為常態分配，期望值為 μ_0 ，變異數為100。
(1) 依據財務理論， μ_0 應該為0。說明虛無假設、對立假設、檢定統計量與其虛無分配。(8分)
(2) 說明檢定統計量在 $\mu_0 = 3$ 的對立分配，並且計算檢定力，顯著水準為5%。(10分)

4. $\sum_{i=1}^{10} X_i = 100$, $\sum_{i=1}^{10} X_i Y_i = 1800$, $\sum_{i=1}^{10} Y_i = 120$, $\sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 2000$, $\sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = 1940$ 。迴歸模型為 $Y_i = \alpha + \beta X_i + U_i$ 。

- (1) 請問 α 和 β 的最小平方估計值為何？(10分)
(2) 請問置中判定係數為何？(10分)
(3) 請計算迴歸變異數 $\hat{\sigma}_n^2$ ，與迴歸係數 $\hat{\beta}$ 之變異數 $S_{\hat{\beta}}^2$ 。(6分)

- (4) 請在5%的顯著水準下檢定 $H_0: \beta_0 = 1$ 。(10分)