

UNREGISTERED

一. 已知 $\phi_1 = x + y^2 + z^3$, $\phi_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\vec{A} = \nabla \phi_1(1,1,1)$, $\vec{B} = \nabla \phi_2(1,1,1)$, 其中 $\nabla \phi_1(1,1,1)$ 與 $\nabla \phi_2(1,1,1)$ 分別表示先對 ϕ_1 與 ϕ_2 進行梯度 (∇) 運算後, 再令 $x=1, y=1, z=1$ 。請計算以下各小題:
(每小題五分)

- (1). $\vec{A} \cdot \vec{B} = ?$ (2). $\vec{A}$ 與 $\vec{B}$ 的夾角 = ? (3). $\vec{A} \times \vec{B} = ?$ (4). $\nabla^2 \phi_1 = ?$
(5). $\nabla \times \nabla \phi_1 = ?$ (6). $\vec{B}$ 與 x, y, z 軸的夾角 = ?

二. 已知常微分方程式: $y'' + ay' + by = c$, 請依照以下列給定的數據, 求解各小題的未知數(?):

小題題號	a	b	c	$y(x)$
(1)	?	?	0	$A \cos x + B \sin x$
(2)	?	?	0	$Ae^{2x} + Bxe^{2x}$
(3)	-2	?	?	$Ae^x + Bxe^x + 3e^{2x}$
(4)	5	6	e^{2x}	?
(5)	0	x^{-2}	x^{-1}	?

註: 每小題十分

三. 常微分線性方程組: $x_1' = 3x_1 + 3x_2 + 1$; $x_2' = x_1 + 5x_2 + e^{3t}$, 寫成矩陣型式為 $\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}$, 請計算以下各小題:

- (1). $\mathbf{A}^{-1} = ?$ (四分) (2). $\mathbf{A}$ 的特徵值與特徵向量 (六分) (3). 解出 $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$ (十分)

UNREGISTERED

Created by Unregistered Version