

國立屏東科技大學 103 學年度 碩士班暨碩士在職專班 招生考試
土木工程系碩士班 數學(微分方程+向量分析)試題

UNREGISTERED

一. 已知 $x_1' = x_2$; $x_2' = -6x_1 + 5x_2 + e^{-t}$, 寫成矩陣型式為 $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}$, 其中 $\mathbf{X} = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$, 請

求解以下問題：

- (1). $\mathbf{A}$ 的反矩陣(5%);
- (2). $\mathbf{A}$ 的特徵值及對應之特徵向量(10%);
- (3). 若 $x_1(0) = 0$ 且 $x_2(0) = 1$, 則 $\mathbf{X} = ?$ (10%)

UNREGISTERED

二. 已知常微分方程式： $ay'' + by' + cy = d$, 請求解以下問題

- (1). 若 $d = 0$ 且 a, b, c 均為常數，則通解為何？ (15%);
- (2). 若 $a = 0, b = 1, c = d = x^2$, 則通解為何？ (10%);
- (3). 若 $a = x^2, b = 3x, c = 5, d = \ln x (x > 0)$, 則通解為何？ (10%);
- (4). 若 $a = 1, d = 0$ 且通解為 $y = e^{-2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$, 則 $b = ?, c = ?$ (10%)

三. $f(x, y, z) = xy^2z$, $\vec{A} = \nabla f(x, y, z)$, 其中 $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$, 請求解以下問題：

- (1). $\nabla \cdot \vec{A} = ?$ (10%);
- (2). $\nabla \times \vec{A} = ?$ (10%);

UNREGISTERED

- (3). 若 $x = y = z = 1$, 則 $\vec{A} = ?$, $\vec{A}$ 的單位向量 $\vec{u}_A = ?$ (10%)

Created by Unregistered Version