

國立屏東科技大學 105 學年度 碩士班暨碩士在職專班 招生考試
(車輛工程系、科技管理研究所) 碩士班
工程數學(常微分方程+拉普拉斯轉換+線性代數+傅立葉級數)試題

1. 求解起始值問題 $y' - y = e^{2x}$, $y(0) = 2$ 之解。 (10%)

2. 求解起始值問題

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 9y = 6 \cos 3x, y(0) = 0, y'(0) = 3 \quad (10\%)$$

3. 求 $x^2 y'' - 2y = x^2$ 之解。 (15%)

4. 求解積分方程式 $y(t) = e^{-t} + \int_0^t y(\tau) \cos(t - \tau) d\tau$ 。 (15%)

5. 考慮矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & -a \end{bmatrix}$, 其中 a, b, c 為實數且行列式 $\det(A) = 1$ 。

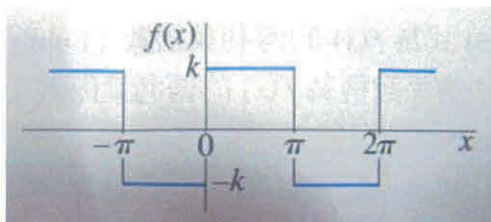
請求出行列式 $\det(A - A^{-1})$ 之值。 (10%)

6. 考慮矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 其中 a, b, c, d 為實數且矩陣 A 有兩個特徵值分別

為 1 和 -1 。請求出 A^{100} 。 (15%)

7. 找出下圖中, 週期函數 $f(x)$ 的傅立葉(Fourier)係數。

$$f(x) = \begin{cases} -k & \text{若 } -\pi < x < 0 \\ k & \text{若 } 0 < x < \pi \end{cases} \text{ 和 } f(x + 2\pi) = f(x) \quad (15\%)$$



8. 已知 $f(x) = x$, $0 < x < 2$ 表為傅立葉(Fourier)正弦級數為

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-4}{n\pi} \cos(n\pi) \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right)$$

試利用積分求 $F(x) = x^2$, $0 < x < 2$ 之傅立葉(Fourier)級數。 (10%)