

國立屏東科技大學八十七學年度研究所招生考試 統計學 試題

1. 設 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 為由常態母體 $N(\mu, \sigma^2)$ 所抽出的 n 個隨機樣本，而

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad \hat{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

請寫出以下各統計量的機率分配：(若有自由度，請寫出自由度大小) (每小題 3%)

(1) $\bar{X}$ (2) $\frac{\bar{X} - \mu}{\hat{S}/\sqrt{n}}$ (3) $\frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma^2}$ (4) $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2$ (5) $\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\hat{S}/\sqrt{n}}\right)^2$

2. 下列有關檢定假設問題之敘述，若有錯誤者請更正，若無錯誤者，註明"正確"：(每小題 3%)

- (1) 型 I 錯誤(Type I Error)發生之機率為 α ，型 II 錯誤(Type II Error)發生之機率為 β ，則 $\alpha + \beta = 1$ 恆成立
 (2) 棄卻域(Critical Region)的範圍愈小，則型 I 錯誤的機率 α 會愈大
 (3) 當檢定統計量的觀察值落在棄卻域(Critical Region)內，則接受虛無假設 H_0

3. 下列各小題之敘述，若有錯誤者請更正，若無錯誤者，註明"正確"：(每小題 4%)

- (1) 以離勢量數(Measure of Dispersion)測量群體中各個體之差異，當離勢量數較小時，則此群體之平均數較能代表此一群體中的各個數值
 (2) X 為二項隨機變數，且 $X \sim b(n, p)$ ，則當 n 趨近無限大時的機率分配會趨近於常態分配
 (3) 隨機變數 X 之分配為卜瓦松(Poisson)分配，若 X 之期望值為 $E(X)$ ，變異數為 $\text{Var}(X)$ ，則 $E(X) < \text{Var}(X)$
 (4) Chebyshev 不等式定理為：設隨機變數 X 之平均數 μ ，標準差 σ ，而 k 為任一正數，則 $P(|X - \mu| > k\sigma) \leq 1 - (1/k^2)$

4. 已知自變數 X 與因變數 Y 的樣本資料如下表：

X	-2	-1	0	1	2
Y	3	2	1	5	4

(以最小平方方法所得之迴歸直線 $Y = b_0 + b_1 X$ 為未知的母體迴歸直線 $Y = \beta_0 + \beta_1 X$ 之估計式)

請回答下列各問題?(請列出計算內容)

- (1) 以最小平方法求出 Y 對 X 的直線迴歸係數 b_1 的估計值? (3%)
 (2) 迴歸直線模型可寫成 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ，其中隨機變數 ε_i 有那些假設? (4%)
 (3) 求判定係數(coefficient of determination)並解釋其意義? (3%)
 (4) 在 $\alpha = 0.05$ 的顯著水準下，檢定 $H_0: \beta_1 = 0$ ， $H_1: \beta_1 \neq 0$ ，並說明檢定結果的意義? (10%) (附註：自由度 3 之 $t_{0.025} = 3.182$)

國立屏東科技大學八十七學年度研究所招生考試 統 計 學 試 題

5. 抽查小丸子食品店十次，每次的銷售情形，貢丸銷售量(X_1)、花枝丸銷售量(X_2)、香菇丸銷售量(X_3)及收入(Y)的資料，輸入電腦而得迴歸分析之 ANOVA 表為：

變異來源	平方和 SS	自由度 df
迴歸	$SSR = 270$	3
殘差	$SSE = 30$	6
總和	$SST = 300$	9

- (1) 求殘差變異數 MSE 及複相關係數 R ? (2%)
 (2) 以 $\alpha = 0.05$ 檢定偏迴歸係數 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 是否全為 0? (4%)
 (3) 以 R ，在 $\alpha = 0.05$ 條件下，檢定複相關係數 ρ 是否為 0? (4%)
 (附註：分子自由度 3 及分母自由度 6 之 $F_{0.05}(3, 6) = 4.757$)
6. 比較 A、B、C 三種品牌日光燈的使用壽命，每種品牌測試 5 支，得每種品牌日光燈的平均壽命 $\bar{Y}_i$ 及標準差 $\hat{S}_i$ 分別為：

品 牌	A	B	C
平均數 $\bar{Y}_i$	508	546	602
標準差 $\hat{S}_i$	33	36	30

以 $\alpha = 0.05$ 檢定 (附註：分子自由度 2 及分母自由度 12 之 $F_{0.05}(2, 12) = 3.885$)

- (1) μ_1, μ_2, μ_3 是否全相等? (5%)
 (2) μ_1, μ_2, μ_3 是否完全不相等? (10%)
7. E、F 為兩事件，而 E^c 及 F^c 分別為 E 及 F 之餘事件(complementary event)，已知機率情況為： $P(E \cap F) = 1/6$ ， $P(E \cap F^c) = 1/12$ ， $P(E^c \cap F) = 1/2$ ，試求
- (1) $P(E \cup F) = ?$ (2%)
 (2) $P(E^c \cap F^c) = ?$ (2%)
 (3) $P(E^c \cup F^c) = ?$ (2%)
 (4) 事件 E 對事件 F 的條件機率 $P(E|F) = ?$ (3%)
 (5) E、F 是否為互斥(mutually exclusive)事件?(請說明理由) (3%)
 (6) E、F 是否為獨立(independent)事件? (請說明理由) (3%)