

1. (15%) 一動態系統，在無任何外力之作用下其動態方程式為 $y'' + 2y' + 5y = 0$ ；今有兩外力作用於此系統上，包含一步階函數 (step function) $f_1 = -3$ 和一斜坡函數 (ramp function) $f_2 = 5t$ ，且已知其初始條件為 $y(0) = 0$ ； $y'(0) = 4$ 。試求：
- (a) 此兩外力作用下的系統響應 $y(t)$ 之表示式；
- (b) 在(a)部分中求出之系統響應中，何部分屬於暫態響應 (transient response)？哪一部分屬於穩態響應 (steady-state response)？
2. (15%) 對於上題的受兩外力作用之系統，試以 Laplace 轉換 (Laplace Transformation) 之方法，求出系統響應 $y(t)$ 。
3. (10%) 對於第 1 題的受兩外力作用之系統，試使用泰勒級數 (Taylor series) 求出系統響應 $y(t)$ ；(此系統響應之級數僅需取前四項)
4. (15%) 對一系統其系統狀態變數 x_1, x_2, x_3 與外部輸入 f_1, f_2, f_3 之關係式為：
- $$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1 + f_1; \quad \dot{x}_2 = 2x_2 + x_3 + f_2; \quad \dot{x}_3 = -x_2 + 2x_3 + f_3; \end{aligned}$$
- 試求：
- (a) 此系統之特徵值 (eigenvalue) 及特徵向量 (eigenvector)；
- (b) 證明此系統動態之矩陣是否為可對角化矩陣 (diagonalizable matrix)；
- (c) 證明此系統動態之矩陣是否為正交矩陣 (orthogonal matrix)；
- (d) 此系統動態之矩陣的反矩陣 (matrix inverse) 及行列式 (matrix determinant)。
5. (15%) 通常而言，放射性物質之放射性強度隨時間衰減可用對數函數來表示；今若以某一時間點開始計算時間 (即 $t = 0$)，且此放射性物質之放射強度用函數 e^{-t} 來表示；則在時間 $t = 0 \sim 1$ 的時間區間中，試求：
- (a) 以傅立葉餘弦級數 (Fourier cosine series) 來表示此區間中此放射性物質之放射強度；
- (b) 以傅立葉正弦級數 (Fourier sine series) 來表示此區間中此放射性物質之放射強度；
- (c) 在此時間區間的哪些時間點上，此兩級數各自的級數和不相同？(請寫出時間點及兩級數各自的級數和)
6. (15%) 對某一函數 $f(x, y, z) = y$ ，試求此函數在一平滑表面 (smooth surface) $z = x^2$ ， $0 \leq x \leq 2$ ， $0 \leq y \leq 3$ 上之面積積分 (surface integral)。

國立屏東科技大學八十九學年度碩士班招生考試 工 程 數 學 試 題

7. (15%) 若對 $A(x, y) = 2xy - ix^2y^3$ ，試求：

(a) A 之梯度 (gradient of A)

(b) A 之發散度 (divergence of A)

(c) A 之旋度 (curl of A)

(d) A 之拉式運算 (Laplace operator)