

※本試題總分為 100 分，依照每題後標示之百分比比例配分

※答案卷上請務必註明題號，並依序作答

一、有一函數 $f(x) = 2x^2 + x + 1$ ，請回答下列各子題：

(1.a) 計算 $f(-2)$ 、 $f(-1)$ 、 $f(0)$ 、 $f(1)$ 、 $f(2)$ 之函數值，然後自行繪製直角座標點繪出這些函數值，並描繪出函數之圖形。(座標軸僅需標示數值，可以不必依照比例繪製) (6%)

(1.b) 假設上述 $f(x)$ 為描述一質點沿一直線運動之函數，其中 x 代表時間，以秒(sec)為單位； $f(x)$ 代表該質點與某一固定參考點之距離，以公尺(m)為單位；請就(1.a)子題所描繪之函數圖說明

$\frac{df(x)}{dx}$ 在函數圖上所代表之物理意義及單位。(7%)

(1.c) 假設上述 $f(x)$ 為描述一物體沿一直線運動時其位置與受力之函數，其中 x 代表該物體與參考點之距離，以公尺(m)為單位； $f(x)$ 代表該物體沿運動方向所受外力，以牛頓(Nt)為單位；請就(1.a)

子題所描繪之函數圖說明 $\int_a^b f(x)dx$ 在函數圖上所代表之物理意義及單位。(7%)

二、請計算下列各函數之 $\frac{dy}{dx}$

(2.a) $y = (2x^2 + x + 1)^2$ (5%)

(2.b) $y = \frac{x + \sin x^2}{x}$ (5%)

(2.c) $x^2 + y^2 = 9$ (5%)

(2.d) $y = 10^{\sqrt{x}}$ (5%)

三、請計算下列各積分式

(3.a) $\int (x+1)(x-1)dx$ (5%)

(3.b) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$ (5%)

(3.c) $\int (x^3 + 5x^2)^{1/2} dx$ (5%)

(3.d) $\int_{-2}^2 x^4 \sin x dx$ (5%)

四、請用積分方式證明

(4.a) 圓錐體之體積 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ，其中 r 為底面積之半徑， h 為圓錐體之高。(10%)

(4.b) 球之體積 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ，其中 r 為球體之半徑。(10%)

五、A、B 兩點直線相距 5 公里，位於直線型河岸之同一邊，其中 A 點與河岸邊之垂直距離為 4 公里，B 點與河岸邊之垂直距離為 1 公里。今計畫在岸邊設一抽水站，並以管路分別輸送至 A 點與 B 點，請繪簡圖計算說明抽水站應設置在那一位置，可以使輸水至 A 點與 B 點管路之總長度為最短。(20%)