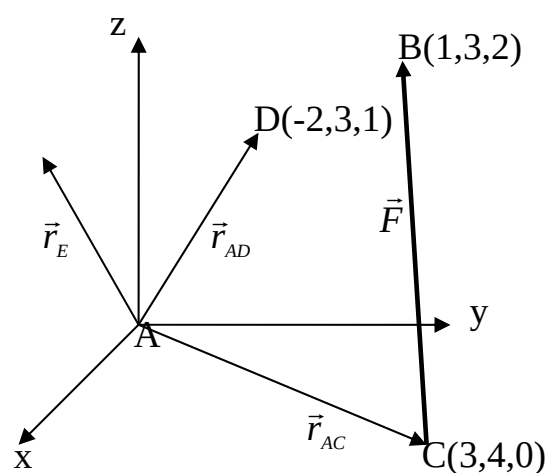


工程數學 試題

壹、一 6N(牛頓)力其作用方向由 C 點指向 B 點(如圖一所示)，請計算

- (一). 此力量之直角座標系向量表示式， $\vec{F} = ?$ (5%)
 (二). $\vec{r}_{AC} \cdot \vec{r}_{AD} = ?$ (5%)
 (三). 此力量對支撐點 A 產生的力矩，即計算 $\vec{M}_A = \vec{r}_{AC} \times \vec{F}$ (5%)
 (四). $\vec{r}_{AD}$ 的單位向量， $\vec{u}_{AD} = ?$ (5%)
 (五). $\vec{r}_E = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ，若 $\vec{r}_{AC} + \alpha \vec{r}_E$ 與 $\vec{r}_{AD}$ 垂直，則 $\alpha = ?$ (5%)



圖一 (長度單位=m)

貳、常微分方程組： $\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X}$ ，其中 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ ， $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ，請計算

- (一). $\mathbf{A}$ 矩陣的特徵值與特徵向量 (10%)
 (二). $\mathbf{A}$ 矩陣的反矩陣， $\mathbf{A}^{-1} = ?$ (5%)
 (三). x_1 與 $x_2 = ?$ (10%)

參、二階常微分方程式： $y'' + 4y = f(t)$, $y(0) = y'(0) = 0$

- (一). 若 $f(t) = 4$ ，則 $y(t) = ?$ (10%)
 (二). 以上題得到之 $y(t)$ ，求對 $t = 0$ 的泰勒級數展開 (5%)
 (三). 若 $f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 3 \\ t, & t \geq 3 \end{cases}$ ，則 $y(t) = ?$ (15%)

肆、一階偏微分方程式： $\frac{\partial u}{\partial y} = x \cos y$

- (一). 若 $u(x,0) = x$ ，則 $u(x,y) = ?$ (5%)
 (二). 以上題得到之 $u(x,y)$ ，求 $\nabla^2 u = ?$ ($\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$) (5%)
 (三). 若已知 $0 < x < 2$ ，求 $u(x,0)$ 之傅立葉半幅正弦展開式 (10%)