

國立屏東科技大學 九十四 學年度 碩士班暨碩士在職專班招生考試
數學(ODE+線性代數) 試題

1. 請求解下列全微分方程式。 (15%)

$$\frac{dy}{dx} - y = xy^5$$

2. 請求解下列全微分方程式。 (15%)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = e^{-x} \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1$$

3. 請求解下列全微分方程式。 (15%)

$$\frac{y''}{y'} - \frac{2yy'}{1+y^2} = 0 \quad \left(\text{Note: } y'' = \frac{d^2y}{dx^2}; y' = \frac{dy}{dx} \right)$$

4. 請求解下列全微分方程式。 (15%)

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = x$$

5. 已知 $[A] = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ，請求解 (1) $[A]$ 之特徵值 (eigenvalues)，(2) $[A]$ 之特徵向量 (eigenvectors)，(3) 使 $[A]$ 對角化之矩陣 $[P]$ ($[P]$ 為 Vandermonde matrix)，(4) 反矩陣 $[P]^{-1}$ ，(5) $[P]^{-1}[A][P]$ 。 (25%)

6. 已知， $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$ ，請以 Cramer's Rule 求解 $\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$ 。 (15%)