

機械工程系 數學(ODE+線代) 試題

1. 解一階微分方程式 $\frac{dy}{dx} = \frac{x(y+1)\sin x}{y}$, $y(0) = 0$ 。(10%)
2. 解一階微分方程式 $\frac{dQ}{dt} + Q = 2$, $Q(0) = 0$ 。(15%)
3. 解二階微分方程式 $\frac{d^2y}{dt^2} + y = \cos t$ 之通解(general solution)。(15%)
4. 解二階微分方程式 $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = r(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases} = 1 - u(t-1)$,
起始條件為 $y(0) = 0$ 和 $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0$,

其中 $u(t)$ 為單位步階函數(unit step function)。(15%)

5. 一固定直角座標系統 $(x \ y \ z)$ 上有四個點 $P_0(0 \ 0 \ 0)$, $P_1(1 \ 1 \ 0)$, $P_2(0 \ 1 \ 1)$, $P_3(1 \ 1 \ 1)$,
將任意兩點以一直線線段相連, 可組成一個四面體, 試求此四面體的體積 (提示: 角錐
為角柱體積的1/3)。(15%)

6. 高斯消去法(Gauss elimination)普遍用於線性方程式系統(linear systems of equations)與行

列式值求解。試求行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ 之值。(15%)

7. 試求矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ 之反矩陣, 特徵值(eigenvalues)與特徵向量(eigenvectors)。(15%)