

工程數學
UNREGISTERED

1. 已知四點 $P(2, 1, -1)$ 、 $Q(3, 0, 2)$ 、 $R(4, -2, 1)$ 、 $S(5, -3, 0)$ ，求以 \overline{PQ} 、 \overline{PR} 及 \overline{PS} 為三鄰邊之平行六面體之體積。(10%)

2. 令 $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 3 & -1 \\ 1 & -4 & 3 & -5 \end{vmatrix}$ ，試證明 $\det(A) = \det(A^T)$ 。(10%)

3. $(y^2 + 1)dx + (2xy + 4)dy = 0$. Find the general solution of the equation. (10%)

4. 試求下列函數之拉普拉斯轉換。(10%)

(a) $f(t) = (3 + 2t)^2$

(b) $f(t) = e^{3t}(\cos 2t + \sin 2t)$

5. 試求下述問題：(15%，每小題各為 5%)

(a) 若 $F(x, y, z) = xz \mathbf{i} + xyz \mathbf{j} - y^2 \mathbf{k}$ ，求 $\text{curl } F$ 。

(b) 若 $F(x, y, z) = x^2y \mathbf{i} - 2xz \mathbf{j} + 2yz \mathbf{k}$ ，求 $\nabla \times (\nabla \times F)$ 。

(c) 若 $F(x, y, z) = xe^y \mathbf{i} + e^{xy} \mathbf{j} + \sin(yz) \mathbf{k}$ ，求 $\text{div } F$ 。

6. 試解下列之積分方程式：(15%)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(v)}{(t-v)^2 + 4} dv = \frac{1}{t^2 + 9}$$

7. 解下列初期值問題：(15%)

$$\begin{cases} x'_1 = 3x_1 + 4x_2 \\ x'_2 = 3x_1 + 2x_2 \\ x_1(0) = 6, x_2(0) = 1; \end{cases}$$

8. 將函數

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ 0, & 1 < x \leq 2, \end{cases} \quad \text{展開成傅立葉級數.} \quad (15\%)$$