

數學（微分方程+向量分析） 試題

UNREGISTERED

Created by Unregistered Version

一、試求下列微分方程式之通解為何？

(1) $xy' + y + 4 = 0$ (15%), (2) $y' = \frac{y-x}{y+x}$ (15%)

二、考慮下列系統微分方程式

$$x_1' = x_2 + e^{3t}, \quad x_1(0) = 0$$

$$x_2' = -2x_1 + 3x_2, \quad x_2(0) = 0$$

(1) 請選擇特徵值(eigenvalues)為下列何者？(單選不到扣, 6%)

(A) 0 與 1, (B) 1 與 2, (C) 2 與 3, (D) 0 與 3

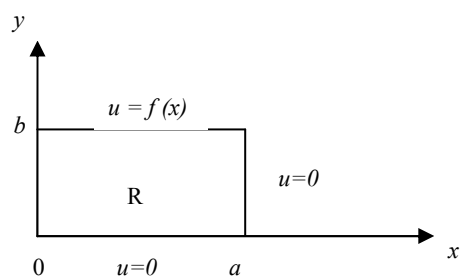
(2) 請選擇特徵向量(eigenvectors)為下列何者？(單選不到扣, 6%)

(A) $\{0 \ 1\}$ 與 $\{1 \ 1\}$, (B) $\{1 \ 1\}$ 與 $\{1 \ 2\}$, (C) $\{1 \ 2\}$ 與 $\{1 \ 3\}$, (D) $\{0 \ 1\}$ 與 $\{1 \ 3\}$

(3) 求齊次解(homogeneous solution)為何？(8%)

(4) 求通解(general solution)為何？(10%)

三、如下圖區域 R 及偏微分方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$



(1) 請選擇該方程式是屬於何種型態？(單選不到扣, 10%)

(A) 波方程式(Wave equation), (B) 波以松方程式(Poisson equation),
(C) 拉氏方程式(Laplace equation), (D) 熱方程式(Heat equation)?

(2) 試寫出其通解為何？(不用計算, 10%)

四、依向量場之定義，則

UNREGISTERED

Created by Unregistered Version

(1) 如果向量 $\vec{v} = 3xy\vec{i} + 2xy\vec{j} - yz^2\vec{k}$ ，試求 $\text{div } \vec{v} = ?$ (10%)

(2) 如果向量 $\vec{v} = yz\vec{i} + 3zx\vec{j} + z\vec{k}$ ，試求 $\text{curl } \vec{v} = ?$ (10%)