

國立屏東科技大學九十八學年度碩士班甄試招生考試
數學(微分方程+向量分析)

UNREGISTERED

一、求下列各常微分方程式的解 Created by Unregistered Version

1. $y' = \frac{xy}{y+1} \circ (5\%)$

2. $y' = \frac{x-y}{y+x} \circ (5\%)$

3. $y' = \frac{3x(2-xy)}{x^3+2y} \circ (10\%)$

二、以 Laplace 轉換，依題中所示初始值，解下列微分方程式。(15%)

$y'' - 2y' - 3y = 0$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -2$ Created by Unregistered Version

三、一彈簧阻尼系統如圖 P3 所示。其中彈簧係數為 2N/m，阻尼系數為 2kg/sec，物體質量為 0.5kg，當系統達平衡後，以一外力將物體往下拉 0.1m 並固定若干時間後將外力瞬間除去，試計算出外力除去後物體位置對時間的函數關係(平衡點為座標原點，正負方向請自行假設)。(15%)

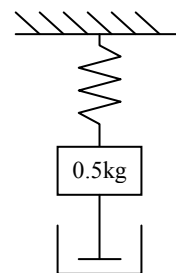


圖 P3

四、解下列微分方程式的完整解(complete solution)。(20%)

$x^2 y'' + xy' - y = x^4$, $x > 0$ 。

五、試求矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 的特徵值(eigenvalues)及特徵向量(eigenvectors)。(10%)

六、 $\vec{v} = x^2 y z \vec{i} + xy^2 z \vec{j} + xyz^2 \vec{k}$ ，試計算(a) $\nabla \cdot \vec{v}$ ，(b) $\nabla \times \vec{v}$ 。(10%)

UNREGISTERED

七、試找出一純量函數 $f(x, y, z)$ 使滿足 Created by Unregistered Version

$\nabla f = (6xyz - e^z y \sin xy) \vec{i} + (3x^2 z - e^z x \sin xy) \vec{j} + (3x^2 y + e^z \cos xy + \frac{1}{z}) \vec{k} \circ (10\%)$