

國立屏東科技大學九十八學年度碩士班暨碩士在職專班招生考試
商用微積分 試題

UNREGISTERED

1. 求下列極限： (20%)

Created by Unregistered Version

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

(2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x-1|-2}{x+1}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+x^2+\cdots+x^n-n}{x-1}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1} \right)$

2. (10%)

(1) 設 f 為可微分函數，且滿足 $f\left(x+\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ，求 $f'(x)$ 。

(2) 設 $y = \frac{x-5}{x^2-x-2}$ ，求 $y^{(n)}(x)$ 。【提示：令 $\frac{x-5}{x^2-x-2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}$ 】

Created by Unregistered Version

3. 一不動產公司處理 80 間公寓，若每月租金 6000 元，則全部都可以租出去，若每月每間租金增加 200 元，就會有一間租不出去。此外，已住人之公寓每月每間平均要付 600 元的服務費及維修費。試問一間要租多少錢，才能有最大收益？ (10%)

4. 求下列積分： (20%)

(1) $\int_0^2 |2x-1| dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx$

(3) $\int_{-5}^5 \sqrt{25-x^2} dx$

(4) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)}$

5. 一季節性產品的月銷售量滿足 $S(t) = \frac{t}{4} + 1.8 + 0.5 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$, $0 \leq t \leq 24$ ，式中 S 表示銷售量(單位：千件)， t 表月份。 (20%)

(1) 證明 $f(t) = 0.5 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ 在 $0 \leq t \leq 24$ 的平均是 0。

(2) 比較 $S(t)$ 和 $g(t) = \frac{t}{4} + 1.8$ 的圖形，從(1)的結果解釋為什麼 g 所代表的直線稱為「流行趨勢」。

Created by Unregistered Version

6. (10%)

(1) 試將函數 $f(x) = e^{-x^2}$ 表成冪級數形式。

(2) 利用(1)的結果，求 $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ 的近似值(近似至小數後兩位)。

7. 設 $z = \frac{xy}{x+y}$ ，證明 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$ 。(10%)