

國立屏東科技大學 九十九 學年度 碩士班暨碩士在職專班 招生考試

土木工程系(所)碩士班 數學(微分方程+向量分析)試題

一、已知 $f(x, y, z) = xy^2z^3$, $\mathbf{A} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, 請計算以下各題：(20%)

- (1) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ (2) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ (3) ∇f (4) $\nabla \cdot \nabla f$ (5) 若 $\nabla g = \mathbf{A}$, 則 $g = ?$ (∇ 表示梯度向量)

二、已知曲面方程式 $\cos 3x + ye^{2x} + z^2 = 0$, 試求以下各題：(20%)

- (1) 在點 $(0, 1, 1)$ 處的梯度 (2) 在點 $(0, 1, 1)$ 處的單位法向量
(3) 在點 $(0, 1, 1)$ 處的切平面方程式 (4) 在點 $(0, 1, 1)$ 沿著 $\mathbf{p} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ 方向的方向導數

三、常微分方程式： $ay'' + by' + cy = d$, 試求以下各題：(40%)

- (1) $a = 0, b = 1, c = -1, d = e^{-x}$ (2) $a = 0, b = 1, c = 1, d = y^2$
(3) $a = 1, b = -3, c = 2, d = e^{3x}$ (4) $a = x^2, b = -2x, c = 2, d = x^3$

四、常微分方程式組： $x_1' - x_2 = 0$, $x_2' + 2x_1 - 3x_2 = e^{3t}$, 試求以下各題：

- (1) 若寫成矩陣形式： $\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}$, 請計算 $\mathbf{A}$ 的反矩陣、特徵值與特徵向量 (9%)
(2) 計算 $\mathbf{X}$ (11%)