

試題共五大題，每題 20 分，共 100 分。

一、函數的圖形與極值

設 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 12x + 2$ 。

- (a) 試問在何區間 $f(x)$ 為遞增？在何區間 $f(x)$ 為遞減？
- (b) 試求出 $f(x)$ 的圖形為凹向上的區間與凹向下的區間。
- (c) 試找出 $f(x)$ 的所有相對極值及反曲點。
- (d) 繪出 $f(x)$ 的圖形，並標示所有相對極值及反曲點。

二、求極限

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{xe^x} - \frac{1}{x} \right)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 6}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 100} \frac{|100 - x|}{x - 100}$ (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + 6x + 5}{17x^2 + 600x + 1000}$

三、求各函數的導數

- (a) $y = \ln(x^4 + 3) + e^{x^4+3} + 3x^2$ ，試求 dy/dx 。
- (b) 已知 $y = 3^{2x}x^2 + 5^x$ ，試求 dy/dx 。
- (c) 已知 $x^2 + xy - y^2 = 3$ ，試求 dy/dx 與 d^2y/dx^2 。
- (d) 已知 $z^2 + 2xy + 5yz = 120$ ，試求 $\partial z/\partial x$ 與 $\partial z/\partial y$ 。

四、求不定積分與定積分

- (a) 求不定積分 $\int (1 + 2x + 3e^{2x} + 4xe^{2x}) dx$
- (b) 求不定積分 $\int [(x^2 - 5x + 6) + (x^2 - 5x + 6)^{-1}] dx$
- (c) 求定積分 $\int_1^2 (6x^2 + 2x + 3 + 4x^{-1}) dx$
- (d) 求定積分 $\int_0^4 |3x^2 - 6x| dx$

五、微積分之商業應用題

(a) 已知某商品銷售第 x 單位的邊際收益為 $dP/dx = 200 - 3x^2$, $0 \leq x \leq 10$, 其中 P 代表總收益。試求銷售 10 單位時之平均收益與總收益。

(b) 某公司商品分別在電視與報紙進行廣告。若兩者的費用支出金額分別為 x 萬元與 y 萬元，其與銷售數量 S 的函數關係為 $S = 15000x - 25x^2 + 13000y - y^2 - 10xy$, $x, y > 0$ 。若目前電視與報紙廣告支出分別為 50 萬元與 30 萬元，當欲增加廣告預算支出時，應先增加那一種廣告支出對銷售量較有利？